

## КЕУЛИМЖАЕВА ЖАНАР АСКЕРБАЕВНА

### Мультисалмақты туындылы кеңістіктерді енгізу және олардың қолданыстары

6D060100 – Математика мамандығы бойынша философия докторы (PhD) дәрежесін алу үшін дайындалған диссертацияның аннотациясы

**Диссертацияның құрылымы.** Диссертация кіріспеден, үш бөлімнен (әр бөлім пункттерге бөлінген), қорытындыдан және пайдаланылған әдебиеттер тізімінен тұрады. Жалпы беттер саны- 94.

**Иллюстрациялар, таблицалар, пайдаланылған әдебиеттер көздерінің саны.** Пайдаланылған әдебиеттер саны – 65.

**Кілттік сөздер.** Салмақты функция, кеңістік нормасы, эквивалентті нормалар, мультисалмақты кеңістік, функцияның шекаралық мәні, салмақты теңсіздік, локалді абсолютті үзіліссіз функция.

**Тақырыптың өзектілігі.** Диссертациялық жұмыс мультисалмақты туындылы кеңістіктерді енгізу және олардың қолданыстарын зерттеу мәселелеріне арналған.

Өткен ғасырдың бірінші жартысында С.Л. Соболевтің жұмысынан бастау алған дифференциалданатын функциялар кеңістіктерінің жетістіктері, регулярлы дифференциалдық тендеулер теориясында шекаралық есептерді қою мәселелерін шешіп берді. Бірақ әр түрлі құбылыстармен үрдістерді математикалық моделдеу кезінде сингулярлы дифференциалдық тендеулер көптеп пайда болып, ол тендеулерге шекаралық есептер қою мәселесі тұрды. Сондықтан салмақтары бар дифференциалданатын кеңістіктерді зерттеу басталды. Ол зерттеулерден, сингулярлы дифференциалдық тендеулер коэффициенттерінің шекара маңындағы өзгерісіне байланысты, оларды шекара маңында әлсіз сингулярлы және қатаң сингулярлы деп атады. Егер тендеулер шекара маңында әлсіз сингулярлы болса, онда шекараға регулярлы тендеулерге сәйкес есептер қойылады. Ал тендеу шекара маңында қатаң сингулярлы болса, онда шекараға есеп қойылмайды. Бірақ шекара маңында қатаң сингулярлы тендеу өмірдегі бір құбылыстың моделі болса, онда ол құбылыс бір физикалық заңға бағыну керек, яғни шекарада бір «шекаралық» есеп болу керек. Сондықтан Л.Д. Кудрявцев жарты ғасырда бір айнымалы дифференциалданатын функциялар кеңістігін қарастырып, ондағы функциямен бір алгебралық көпмүшеліктің айырмасы аргументі шексіздікке ұмтылғанда нөлге жинақталса, сол көпмүшеліктің коэффициенттерін функцияның шексіздіктегі «шекаралық» мәндері деп атады.

1991-1992 жылдары Р. Ойнаров өзінің жетекшілігімен жүргізілетін ғылыми семинарда Л.Д. Кудрявцевтің идеясын кеңейтіп қарапайым

дифференциалдық теңдеулерге сингулярлы ақырлы және ақырсыз нүктелерде шеттік есеп қою жолдарын көрсетіп көп салмақты  $W_{p,\bar{\rho}}^n$  кеңістігін зерттеу есебін қойды. Кейін бұл кеңістік мультисалмақты туындылы кеңістік деп аталып кетті.

Басында бұл кеңістіктегі салмақтар дәрежелік функциялар, яғни  $\rho_i = t^{\alpha_i}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , болғанда қарастырылып А.О. Байарыстанов, Б.Л. Байдельдинов, А.А. Калыбай, А.Т. Абдықалықова еңбектерінде көптеген нәтижелер алынды. Б.Л. Байдельдинов  $W_{p,\bar{\alpha}}^n$  кеңістігінде  $n$  – ретті симметриялы қарапайым дифференциалдық теңдеудің сингулярлығына байланысты шеттік есепті қалай қою керек екенін көрсетті.

Жақында А.А. Калыбай  $n$  – ретті сингулярлы қарапайым дифференциалдық теңдеуге, теңдеудің нөл нүктесінде сингулярлығы қандай болса да жалпыланған Коши есебі корректілі екенін көрсетті.

Жоғарыда алынған нәтижелер  $W_{p,\bar{\alpha}}^n$  кеңістігінің қасиеттері арқасында орындалды. Бұл жұмыстар  $W_{p,\bar{\rho}}^n$  кеңістігінің мүмкіншілігі мол екенін көрсетеді. Ал,  $W_{p,\bar{\rho}}^n$  мультисалмақты туындылы кеңістігін жалпы жағдайда зерттеу өте өзекті мәселе болып табылады. Сондықтан диссертациялық жұмыста Л.Д. Кудрявцевтің ұсынысын кеңейтіп, әр көбейтілген салмақтан кейін дифференциалданатын және мультисалмақты туындылы функциялар кеңістігі деп аталған кеңістік қарастырылып функцияның нөл нүктесіндегі, шексіздіктегі шекаралық мәндері анықталып, кеңістіктің әр түрлі қасиеттері зерттелген.

#### **Жұмыстың мақсаты.**

1. Нөл нүктесінде және шексіздікте  $W_{p,\bar{\rho}}^n$  кеңістігіндегі кез келген функцияның көпмүшелікке шығатынының мультисалмақтар терминіндегі шарттарын табу;

2.  $W_{p,\bar{\rho}}^n$  кеңістігінің нормасына эквивалентті функционалдарды анықтау;

3. Әртүрлі метрикадағы мультисалмақты туындылы кеңістіктердің бір – біріне үзіліссіз және компактылы енгізу теоремаларын алу;

4.  $W_{p,\bar{\rho}}^n$  кеңістігіндегі финитті функциялар жиынының тұйықтамасын,  $\bar{\rho}$  мультисалмақтардың кеңістік берілген интервалдың шеткі нүктелерінің маңайындағы өзгерістеріне байланысты, ондағы функциялардың шеттік нүктелердегі ізімен сипаттау;

5.  $W_{p,\bar{\rho}}^n$  кеңістігіндегі финитті функциялар жиынының кеңістікте тығыз жатуының шарттарын табу.

**Зерттеу объектісі.** Мультисалмақты туындылы функциялар кеңістігінің қасиеттері, енгізу теоремалары және олардың Никольский-Лизоркин-Кудрявцев теңсіздігіне қолданысы, кеңістіктегі финитті функциялар жиыны тұйықтамасының қасиеттері.

**Зерттеу әдістері.** Диссертациялық жұмыста функционалдық талдаудың тәсілдері, салмақты функционалдық кеңістіктер теориялары, сол сияқы интегралдық операторлардың шенелімділігі мен компакттылығының нәтижесін пайдалану әдістері қолданылған.

**Жұмыстың ғылыми жаңалығы және практикалық құндылығы.** Жұмыста  $W_{p,\bar{p}}^n$  кеңістігіндегі кез келген функцияның нөл нүктесі мен шексіздікте соларға сәйкес көпмүшелікке шығуының мультисалмақтар терминінде қажетті және жеткілікті шарттары алынып, көпмүшелікке шығу жылдамдығы бағаланған. Сонымен қатар осы  $W_{p,\bar{p}}^n$  кеңістігіндегі кез келген функция нөл нүктесінде және шексіздікте соларға сәйкес көпмүшелікке шығатын болғанда, сол көпмүшеліктердің коэффициенттері арқылы  $W_{p,\bar{p}}^n$  кеңістігінің нормасына эквивалентті функционалдар анықталды.

Әр-түрлі метрикадағы және кеңістіктердегі кейбір салмақтары бір – бірінен өзгеше болған жағдайда екі мультисалмақты туындылы кеңістіктердің бір-біріне үзіліссіз және компакттылы енуінің критерийі алынған.  $W_{p,\bar{p}}^n$  кеңістігіндегі функциялардың, кеңістік анықталған интервалдың шеткі нүктелерінде, шеттік ізі болуының критерийлері табылып, көрсетілді.

Осының нәтижесінде  $W_{p,\bar{p}}^n$  кеңістігіндегі финитті функциялар жиынының кеңістікте тығыздығының қажетті және жеткілікті шарттары алынып,  $W_{p,\bar{p}}^n$  кеңістігіндегі финитті функциялар жиыны кеңістікте тығыз болмағанда, оны функциялардың ізі терминінде толық сипатталған.

Жұмыстың нәтижелері іргелі сипатқа ие, олар сингулярлық дифференциалдық теңдеулерге шеттік есептер қою теориясы мәселелерінде қолданылуы мүмкін. Алынған нәтижелерді студенттерге, магистрантарға және докторантарға арналған арнайы курстарда пайдалануға болады.

**Қорғауға шығарылатын нәтижелер:**

- Нөл нүктесінде және шексіздікте  $W_{p,\bar{p}}^n$  кеңістігіндегі кез келген функцияның көпмүшелікке шығатынының мультисалмақтар терминіндегі қажетті және жеткілікті шарттар;
- $W_{p,\bar{p}}^n$  кеңістігінің нормасына эквивалентті функционалдар;
- Әртүрлі метрикадағы мультисалмақты туындылы кеңістіктердің бір – біріне үзіліссіз және компакттылы енгізу теоремалары;
- $W_{p,\bar{p}}^n$  кеңістігіндегі финитті функциялар жиынының тұйықтамасын,  $\bar{p}$  мультисалмақтардың кеңістік берілген интервалдың шеткі нүктелерінің маңайындағы өзгерістеріне байланысты, ондағы функциялардың шеттік нүктелердегі ізімен сипатталуы;
- $W_{p,\bar{p}}^n$  кеңістігіндегі финитті функциялар жиынының кеңістікте тығыз жатуының шарттары;

### **Диссертацияның негізгі мазмұны.**

Кіріспеде келесі мәселелер қарастырылған: жұмыстың өзектілігі, негізгі мақсаты, зерттеу нысаны мен әдісі, диссертациялық жұмыстың жаңалығы және практикалық құндылығы алынған нәтижелерді апробациялау.

Бірінші бөлімде мультисалмақты туындылы кеңістік және оның кейбір қасиеттері анықталды. Сонымен қатар зерттелінетін кеңістіктегі функцияның шекара маңайында өзгеру құбылысы зерттелді. Екінші бөлімде мультисалмақтылы туындылы кеңістіктер арасында үзіліссіз және компактылы енгізу орнатылып, осы нәтижелердің қолданысы ретінде Никольский-Лизоркин-Кудрявцев типті теңсіздіктің орындалатыны көрсетілді. Үшінші бөлімде мультисалмақты туындылы кеңістікте финитті функциялардың тығыздығы туралы теоремалар дәлелденді және бұл кеңістіктегі финитті функциялар жиыны тұйықтамасының қасиеттері анықталды.

**Жарияланымдар.** Диссертацияның негізгі нәтижелері 10 ғылыми журнал мен халықаралық ғылыми конференция материалдарында, оның ішінде: 2 мақала Scopus базасына енетін математика саласынан CiteScore бойынша процентиль көрсеткіші 25-тен кем емес басылымда; 3 мақала ҚР БҒМ БҒСБК ұсынған журналдарда; 1 тезис шетелдік конференция материалдарында және 4 тезистер ҚР-да өткізілген халықаралық конференция материалдарында жарияланған.